Shumëzimi me gojë dhe pjesëtimi me shkrim. Varësia e prodhimit dhe e herësit

Prof. As. Dr. Siditë Duraj · Universiteti i Malit të Zi, Podgoricë · 2026–2027

IDEJA E LEKSIONIT

Çdo strategji e shumëzimit me gojë kthehet te një veti e vërtetuar e shumëzimit, dhe kushti i asaj vetie është kufiri i strategjisë. Pjesëtimi me shkrim është shkurtim i një marrëdhënieje të vetme, $a = b \times q + r$ me $0 \le r < b$: çdo shifër e herësit tregon sa grupe merr një rend, dhe mbetja është gjithmonë më e vogël se pjesëtuesi.

PAS KËTIJ LEKSIONI DUHET TË DINI

1. Të përkufizoni shumëzimin në mënyrë rekursive dhe të dalloni kuptimet e tij;
2. Të argumentoni pesë strategjitë e shumëzimit me gojë me vetitë përkatëse;
3. Të dalloni rrjedhshmërinë nga shpejtësia;
4. Të dalloni dy kuptimet e pjesëtimit: ndarjen në pjesë të barabarta dhe matjen;
5. Të formuloni teoremën e pjesëtimit me mbetje;
6. Të justifikoni hapat e algoritmit të pjesëtimit me shkrim;
7. Të shpjegoni pse zeroja në herës është shifër e domosdoshme;
8. Të formuloni rregullat e varësisë së prodhimit dhe të herësit, me kushtet e tyre;
9. Të kontrolloni rezultatin me vlerësim dhe me veprimin e kundërt;
10. Të analizoni gabimin e një nxënësi si hipotezë dhe të propozoni ndërhyrje.

PJESËT THELBËSORE

Shumëzimi

$0 \times n = 0$ dhe $(m + 1) \times n = m \times n + n$. Për $m \ge 1$ kjo jep shumën e m të mbledhshmëve të barabartë me n. Grupet e barabarta, rrjeta, krahasimi me «herë» dhe kombinimet japin të njëjtin prodhim, por janë probleme me strukturë të ndryshme.

Pesë strategji me gojë

Zbërthimi: $7 \times 23 = 7 \times 20 + 7 \times 3 = 161$. Kompensimi: $7 \times 19 = 7 \times 20 - 7 = 133$. Dyfishimi dhe përgjysmimi: $25 \times 16 = 50 \times 8 = 100 \times 4 = 400$. Rigrupimi: $4 \times 7 \times 25 = 7 \times 100 = 700$. Faktet bazë: $6 \times 8 = 6 \times 4 \times 2 = 48$.

Teorema e pjesëtimit me mbetje

Për $a \in \mathbb{N}_0$ dhe $b \in \mathbb{N}$ ekzistojnë numra të vetëm q dhe r të tillë që $a = b \times q + r$ dhe $0 \le r < b$. Kontrolli ka dy pjesë të pavarura: barazimin dhe kushtin për mbetjen.

Algoritmi me shkrim

$936 : 4 = 234$, sepse $4 \times 234 = 936$. Te $816 : 4$, 8 qindëshe japin 2 qindëshe; 1 dhjetëshe nuk jep asnjë grup prej 4, prandaj në herës shkruhet 0; 16 njësi japin 4. Rezultati është 204. Te $947 : 4 = 236$, mbetja 3, sepse $4 \times 236 + 3 = 947$ dhe $3 < 4$.

Varësia e prodhimit

Kur njëri faktor shumëzohet me k, prodhimi shumëzohet me k. Kur njërit faktor i shtojmë c, prodhimi rritet me c herë faktorin tjetër. Prodhimi ruhet kur njëri faktor shumëzohet dhe tjetri pjesëtohet me të njëjtin numër (kur pjesëtimi bëhet në $\mathbb{N}_0$).

Varësia e herësit

Kur i pjesëtueshmi dhe pjesëtuesi shumëzohen me të njëjtin numër $k > 0$, herësi i plotë ruhet, kurse mbetja shumëzohet me k: $17 = 4 \times 4 + 1$ dhe $34 = 8 \times 4 + 2$.

Kujdes

- Ndërrueshmëria është veti e numrave; në problem faktorët ruajnë role të ndryshme (numri i grupeve dhe madhësia e grupit).
- Te kompensimi korrigjohet një grup i tërë: $7 \times 19 = 140 - 7$, jo $140 - 1$.
- Kur shumëzohet vetëm i pjesëtueshmi, mbetja e shumëzuar mund të formojë grupe të reja, prandaj herësi nuk shumëzohet thjesht me k.

GABIMET TIPIKE

Puna e nxënësit	Hipoteza	Pyetja që e provon
$816 : 4 = 24$.	Humb zeron në herës: kur një rend nuk jep asnjë grup, nuk shkruan asgjë.	«Përafërsisht sa duhet të dalë? 4×24 sa është?» Vlerësimi $800 : 4 = 200$ e zbulon menjëherë.
$7 \times 19 = 140 - 1 = 139$.	Nuk e lidh kompensimin me grupet: korrigjon me një njësi në vend të një grupi.	«Sa grupe me 7 ke në 7×20? Sa grupe të duhen? Çfarë heq?»
Te $35 : 6$ shkruan 4, mbetja 11.	Ndalet te një herës i pjesshëm dhe nuk e kontrollon kushtin $r < b$.	«A mund të formosh edhe një grup me 6 nga 11?» Kontroll: $35 = 6 \times 5 + 5$, me $5 < 6$.
Thotë: «Nëse rritet pjesëtuesi, herësi zvogëlohet gjithmonë.»	Përgjithëson nga disa raste; nuk e dallon herësin e plotë nga raporti.	Kundërshembull: $13 : 4 = 3$ dhe $13 : 5 = 2$, por $12 : 5 = 2$ dhe $12 : 6 = 2$.

Hipoteza nuk është diagnozë: ajo provohet me pyetjen ose me një detyrë të re.

FJALËT KYÇE

faktor · prodhim · zbërthim · kompensim · dyfishim dhe përgjysmim · rrjedhshmëri · ndarje dhe matje · herës i plotë · mbetje · teorema e pjesëtimit me mbetje · herës i pjesshëm · invariant

PYETJE VETËKONTROLLI

1. Llogaritni 9 × 12 me kompensim.
2. Pse 25 × 16 = 50 × 8?
3. Plotësoni 29 = 6 × □ + □ me kushtin e teoremës.
4. Kontrolloni 947 : 4 = 236, mbetja 3.
5. Pse te 816 : 4 në herës duhet shkruar 0?
6. Si ndryshon 6 × 8 nëse faktorit të dytë i shtojmë 2?
7. 72 : 8 = 9. Sa është (72 × 3) : (8 × 3)?
8. Cili është kontrolli më i shpejtë për zeron e humbur në herës?

Vazhdoni me: **Leksioni i plotë (PDF)** · **Laboratori i Javës XI** · **Kuizi diagnostikues (L5–L6)**

PËRGJIGJET E PYETJEVE TË VETËKONTROLLIT

1. **Llogaritni 9 × 12 me kompensim.**
   10 × 12 − 12 = 120 − 12 = 108.
2. **Pse 25 × 16 = 50 × 8?**
   Njëri faktor dyfishohet dhe tjetri përgjysmohet; prodhimi ruhet.
3. **Plotësoni 29 = 6 × □ + □ me kushtin e teoremës.**
   29 = 6 × 4 + 5, me 0 ≤ 5 < 6.
4. **Kontrolloni 947 : 4 = 236, mbetja 3.**
   4 × 236 = 944, 944 + 3 = 947, dhe 3 < 4. Rezultati është i saktë.
5. **Pse te 816 : 4 në herës duhet shkruar 0?**
   Pas qindësheve mbetet 1 dhjetëshe, që nuk jep asnjë grup prej 4. Zeroja tregon zero dhjetëshe në herës; pa të, 24 do të ishte dhjetë herë më i vogël.
6. **Si ndryshon 6 × 8 nëse faktorit të dytë i shtojmë 2?**
   Rritet me 6 × 2 = 12: 6 × 10 = 60 = 48 + 12.
7. **72 : 8 = 9. Sa është (72 × 3) : (8 × 3)?**
   9, sepse kur të dy shumëzohen me të njëjtin numër herësi ruhet.
8. **Cili është kontrolli më i shpejtë për zeron e humbur në herës?**
   Vlerësimi i madhësisë së rezultatit, p.sh. 816 : 4 duhet të jetë rreth 200.

© 2026 Prof. As. Dr. Siditë Duraj · Metodika e Matematikës 3 · Përmbledhja e Leksionit 5