Veprimet deri në 20 dhe hyrja në shumëzim

Prof. As. Dr. Siditë Duraj · Universiteti i Malit të Zi, Podgoricë · 2026–2027

IDEJA E LEKSIONIT

Numrat nga 10 deri në 20 janë një dhjetëshe dhe disa njëshe. Mbi këtë strukturë ndërtohen strategjitë e mbledhjes dhe të zbritjes: plotësimi i dhjetës, dyfishimet dhe faktet e afërta. Shumëzimi hyn si numërim i grupeve të barabarta, ku nxënësi koordinon njëkohësisht dy sasi: sa grupe ka dhe sa ka në secilin grup.

PAS KËTIJ LEKSIONI DUHET TË DINI

1. Të shpjegoni numrat 10–20 si një dhjetëshe dhe njëshe, me kornizë të dhjetës;
2. Të përkufizoni mbledhjen në $\mathbb{N}_0$ në mënyrë rekursive dhe me bashkësi të veçuara;
3. Të shpjegoni pse plotësimi i dhjetës e ruan shumën;
4. Të përdorni dyfishimet dhe faktet e afërta si marrëdhënie, jo si truk;
5. Të zbritni përmes dhjetës dhe me plotësim përpara;
6. Të tregoni me kundërshembull se zbritja nuk është ndërruese as shoqëruese;
7. Të përkufizoni shumëzimin si grupe të barabarta dhe në mënyrë rekursive;
8. Të përdorni modelin drejtkëndor për ndërrueshmërinë dhe shpërndarjen;
9. Të shpjegoni rastet 0 dhe 1 te shumëzimi;
10. Të diagnostikoni gabimet me hipoteza dhe detyra dalluese.

PJESËT THELBËSORE

Mbledhja në $\mathbb{N}_0$

Përkufizimi rekursiv: $a + 0 = a$ dhe $a + (b + 1) = (a + b) + 1$. Me bashkësi: nëse A dhe B janë të veçuara (pa element të përbashkët), $|A| = a$ dhe $|B| = b$, atëherë $a + b = |A \cup B|$. Kushti i veçimit është thelbësor.

Plotësimi i dhjetës

$9 + 6 = 9 + 1 + 5 = 10 + 5 = 15$. Një objekt zhvendoset nga grupi i dytë te i pari: njëri i mbledhshëm rritet me 1, tjetri zvogëlohet me 1, shuma ruhet.

Dyfishimet dhe faktet e afërta

$7 + 8 = 7 + 7 + 1 = 15$. Kur njëri grup rritet me një dhe tjetri mbetet i njëjtë, shuma rritet me një.

Zbritja deri në 20

Përmes dhjetës: $16 - 9 = 16 - 6 - 3 = 10 - 3 = 7$. Me plotësim përpara: $9 + \square = 16$, nga 9 te 10 është 1, nga 10 te 16 janë 6, gjithsej 7.

Shumëzimi

$m \times n$ do të thotë m grupe me nga n elemente. Përkufizimi rekursiv: $0 \times n = 0$ dhe $(m + 1) \times n = m \times n + n$. Në modelin drejtkëndor, 3 rreshta me nga 4 dhe 4 kolona me nga 3 japin të njëjtin numër: $3 \times 4 = 4 \times 3$.

Shpërndarja dhe rastet 0, 1

$3 \times 7 = 3 \times 5 + 3 \times 2 = 15 + 6 = 21$: drejtkëndëshi ndahet në dy pjesë. $1 \times n = n$ (një grup) dhe $0 \times n = 0$ (asnjë grup).

Kujdes

- Zbritja nuk është shoqëruese: $(12 - 5) - 2 = 5$, ndërsa $12 - (5 - 2) = 9$. Një rast që del njësoj nuk e vërteton një veti; një kundërshembull e rrëzon.
- Mbledhja e përsëritur e shpjegon shumëzimin, por nuk e shpjegon $0 \times n$; rasti $m = 0$ hyn te përkufizimi.
- Te $5 + 4$ nxënës, nëse 2 janë në të dy grupet, nxënës të ndryshëm janë $5 + 4 - 2 = 7$, jo 9: grupet nuk janë të veçuara.

GABIMET TIPIKE

Puna e nxënësit	Hipoteza	Pyetja që e provon
$9 + 6 = 10 + 6 = 16$.	Ndryshon njërin të mbledhshëm pa ndryshuar tjetrin; humb gjurmën e objektit të zhvendosur.	«Ndërto dy grupet. Cili objekt lëviz? Sa mbeten në grupin e dytë?»
$16 - 9 = 16 - 10 - 1$.	Drejtimi i korrigjimit mësuar përmendsh: hoqi 1 më shumë, prandaj duhet shtuar 1.	«Sa hoqe me 10? Sa duhej të hiqje? Çfarë duhet të kthesh?»
«Zbrit gjithmonë më të voglin nga më i madhi.»	Rregull për të marrë rezultat natyror; humb rendin e të dhënave.	Problem me tekst ku i zbritshmi del nga situata; «Kush kishte në fillim?»
Te $8 + 5 = \square + 4$ shkruan 13.	E lexon kutinë si vendin e rezultatit, ose ka vështirësi me të mbledhshmin që mungon.	«A janë të barabarta $13 + 4$ dhe $8 + 5$? Kontrollo të dyja anët».

Hipoteza nuk është diagnozë: ajo provohet me pyetjen ose me një detyrë të re.

FJALËT KYÇE

njësi e përbërë · korniza e dhjetës · përkufizim rekursiv · bashkësi të veçuara · plotësimi i dhjetës · dyfishimet · faktet e afërta · plotësim përpara · grupe të barabarta · numërim me hapa · model drejtkëndor · vetia shpërndarëse

PYETJE VETËKONTROLLI

1. Pse $9 + 6 = 10 + 5$?
2. Llogaritni $7 + 8$ me dyfishim dhe shpjegoni.
3. Llogaritni $15 - 8$ me dy strategji.
4. A është zbritja shoqëruese? Jepni kundërshembull.
5. Çfarë do të thotë 4×3 në modelin e grupeve?
6. Si e argumenton modeli drejtkëndor se $3 \times 4 = 4 \times 3$?
7. Pse $0 \times 5 = 0$?
8. Nxënësi thotë $58 + 10 = 59$. Si e dalloni ngatërrimin e fjalës «dhjetë» nga gabimi i llogaritjes?

Vazhdoni me: **Leksioni i plotë (PDF)** · **Laboratori i Metodikës 3**

PËRGJIGJET E PYETJEVE TË VETËKONTROLLIT

1. **Pse 9 + 6 = 10 + 5?**
   Një njësi kalon nga 6 te 9: njëri i mbledhshëm rritet me 1, tjetri zvogëlohet me 1, shuma nuk ndryshon.
2. **Llogaritni 7 + 8 me dyfishim dhe shpjegoni.**
   7 + 7 = 14; 8 është një më shumë se 7, prandaj 7 + 8 = 15.
3. **Llogaritni 15 − 8 me dy strategji.**
   Përmes dhjetës: 15 − 5 − 3 = 7. Me plotësim: 8 + 2 = 10, 10 + 5 = 15, gjithsej 7.
4. **A është zbritja shoqëruese? Jepni kundërshembull.**
   Jo. (12 − 5) − 2 = 5, por 12 − (5 − 2) = 9.
5. **Çfarë do të thotë 4 × 3 në modelin e grupeve?**
   4 grupe me nga 3 elemente, gjithsej 12.
6. **Si e argumenton modeli drejtkëndor se 3 × 4 = 4 × 3?**
   I njëjti drejtkëndësh lexohet si 3 rreshta me nga 4 ose si 4 kolona me nga 3; numri i katrorëve nuk ndryshon.
7. **Pse 0 × 5 = 0?**
   Nga përkufizimi 0 × n = 0: asnjë grup nuk ka asnjë element. Mbledhja e përsëritur nuk e shpjegon këtë rast.
8. **Nxënësi thotë 58 + 10 = 59. Si e dalloni ngatërrimin e fjalës «dhjetë» nga gabimi i llogaritjes?**
   I kërkoni ta bëjë me material, duke shtuar një tufë prej dhjetë. Nëse me material merr 68, gabimi ishte në shkrim ose në fjalë, jo te koncepti.

© 2026 Prof. As. Dr. Siditë Duraj · Metodika e Matematikës 3 · Përmbledhja e Leksionit 3