Konceptet matematikore dhe metodika e bashkësive

Prof. As. Dr. Siditë Duraj · Universiteti i Malit të Zi, Podgoricë · 2026–2027

IDEJA E LEKSIONIT

Numri lind nga krahasimi i bashkësive, jo nga numërimi mekanik. Para se nxënësi të numërojë, ai duhet të mësojë të grupojë sipas një kriteri të qartë, të thotë nëse një objekt i përket apo jo një grupi dhe të krahasojë dy grupe duke i çiftuar elementet e tyre. Mësuesi e ndërton këtë rrugë nga koleksioni konkret te bashkësia, nga gjuha e përditshme te simbolika dhe nga përgjigjja e nxënësit te vendimi didaktik.

PAS KËTIJ LEKSIONI DUHET TË DINI

1. Të formuloni një kriter të kontrollueshëm për grupimin e objekteve dhe ta dalloni nga një përshkrim i paqartë;
2. Të përdorni saktë simbolet $\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\subset$ dhe $\varnothing$, duke treguar çfarë lloj objekti qëndron në secilën anë;
3. Të dalloni përkatësinë e elementit ($\in$) nga përfshirja e bashkësisë ($\subseteq$);
4. Të vërtetoni ose të rrëzoni një përfshirje nga përkufizimi, me një element dallues;
5. Të përkufizoni kardinalitetin dhe barasfuqishmërinë përmes korrespondencës një për një;
6. Të dalloni barazinë e bashkësive (të njëjtat elemente) nga barasfuqishmëria (i njëjti numër elementesh);
7. Të dalloni shembullin, jo-shembullin dhe kundërshembullin, si dhe çfarë provon secili;
8. Të kuptoni se një kundërshembull i vetëm mjafton për të rrëzuar një pohim të përgjithshëm;
9. Të interpretoni një gabim të nxënësit me të paktën dy hipoteza;
10. Të hartoni një pyetje diagnostikuese që i dallon ato hipoteza.

PJESËT THELBËSORE

Bashkësia dhe kriteri

Një koleksion bëhet bashkësi kur për çdo objekt mund të vendosim pa paqartësi nëse i përket apo jo. Kriteri «kartelat e mbushura» është i kontrollueshëm; «kartelat e bukura» nuk është. Klasifikimi është koherent kur i njëjti rregull zbatohet ndaj çdo objekti.

Përkatësia dhe përfshirja

$x \in A$: objekti x është element i bashkësisë A. $A \subseteq B$: çdo element i A është edhe element i B. Në të majtë të $\in$ qëndron një element; në të dy anët e $\subseteq$ qëndrojnë bashkësi. $A \subset B$ (përfshirje e mirëfilltë): $A \subseteq B$ dhe $A \neq B$.

Bashkësia boshe

$\varnothing$ nuk ka asnjë element dhe $|\varnothing| = 0$. Për çdo bashkësi A vlen $\varnothing \subseteq A$, sepse nuk ka element të $\varnothing$ që të mungojë në A. Por $\varnothing \in A$ vlen vetëm kur $\varnothing$ është listuar si element i A: $\varnothing \in \{\varnothing, 1\}$, ndërsa $\varnothing \notin \{1, 2\}$.

Kardinaliteti dhe barasfuqishmëria
Dy bashkësi të fundme A dhe B janë të barasfuqishme kur elementet e tyre mund të çiftohen një për një, pa mbetur asnjë element pa çift. Atëherë |A| = |B|. Numri natyror është ajo që kanë të përbashkët të gjitha bashkësitë e barasfuqishme me njëra-tjetrën.

Barazia e bashkësive
A = B kur A ⊆ B dhe B ⊆ A, pra kur kanë saktësisht të njëjtat elemente. Dy bashkësi mund të kenë të njëjtin kardinalitet pa qenë të barabarta: {a, b} dhe {c, d}.

Shembull, jo-shembull, kundërshembull
Shembulli plotëson kushtin e konceptit. Jo-shembulli nuk e plotëson dhe e bën të dukshëm kufirin e konceptit. Kundërshembulli plotëson kushtin e një pohimi të përgjithshëm, por jo përfundimin e tij, dhe e rrëzon pohimin.

Kujdes
- Përkufizimi i saktë nuk është provë se nxënësi e ka kuptuar konceptin: imazhi që ai ka për konceptin mund të jetë më i ngushtë se përkufizimi.
- Për të treguar se B ⊄ T mjafton një element i vetëm i B që nuk është në T; nuk duhen kontrolluar të gjithë.
- Pamja e objekteve (ngjyra, madhësia, vendi) nuk e përcakton grupimin; e përcakton rregulli i përkatësisë.

GABIMET TIPIKE

Puna e nxënësit	Hipoteza	Pyetja që e provon
Shkruan b ⊆ T, ku b është një kartelë e vetme.	Nuk e dallon elementin nga bashkësia; e lexon ⊆ si «është brenda».	«Çfarë është b: një kartelë apo një grup kartelash? Si do ta shkruaje {b}?»
Pranon «Të gjitha trekëndëshat janë të mbushur» pas tre shembujve.	Mendon se disa raste që përputhen e vërtetojnë pohimin e përgjithshëm.	«Çfarë karteleje do ta rrëzonte këtë pohim? A e kemi kontrolluar?»
Thotë se {a, b} = {c, d}, sepse «të dyja kanë dy».	Ngatërron barazinë me barasfuqishmërinë.	«A është a element i bashkësisë së dytë? Çfarë kërkon barazia?»
Ndryshon kriterin gjatë klasifikimit.	Grupon sipas ngjashmërisë së dukshme, jo sipas një rregulli të qëndrueshëm.	«Thuaje rregullin me një fjali. A vlen ai edhe për këtë kartelë të re?»

Hipoteza nuk është diagnozë: ajo provohet me pyetjen ose me një detyrë të re.

FJALËT KYÇE

bashkësi · kriter · element · përkatësi (∈) · nënbashkësi (⊆) · përfshirje e mirëfilltë (⊂) · bashkësia boshe (∅) · kardinalitet · korrespondencë një për një · barasfuqishmëri · kundërshembull · pyetje diagnostikuese

PYETJE VETËKONTROLLI

1. Është dhënë U = {a, b, c, d, e, f}, T = {b, e}, B = {a, b, e, f}. A vlen T ⊆ B?
2. Me të njëjtat bashkësi, a vlen B ⊆ T? Argumentoni me sa më pak kontrolle.
3. A vlen ∅ ⊆ T? A vlen ∅ ∈ T?
4. Pse «kartelat e bukura» nuk përcakton një bashkësi?
5. Dy bashkësi kanë nga 4 elemente. A janë të barabarta?
6. Si e tregon nxënësi, pa numëruar, se dy grupe kanë po aq objekte?
7. Nxënësi thotë: «Katrori nuk është kundërshembull për pohimin ‹Çdo trekëndësh ka tre brinjë›». A ka të drejtë?
8. Nxënësi shkruan b ⊆ T. Formuloni dy hipoteza dhe një pyetje që i dallon.

Vazhdoni me: **Leksioni i plotë (PDF)** · **Laboratori i Metodikës 3**

PËRGJIGJET E PYETJEVE TË VETËKONTROLLIT

1. **Është dhënë U = {a, b, c, d, e, f}, T = {b, e}, B = {a, b, e, f}. A vlen T ⊆ B?**
   Po. Të dy elementet e T, b dhe e, janë elemente të B.
2. **Me të njëjtat bashkësi, a vlen B ⊆ T? Argumentoni me sa më pak kontrolle.**
   Jo. a ∈ B, por a ∉ T. Ky element i vetëm mjafton; f nuk ka nevojë të kontrollohet.
3. **A vlen ø ⊆ T? A vlen ø ∈ T?**
   ø ⊆ T vlen, si për çdo bashkësi. ø ∈ T nuk vlen, sepse elementet e T janë vetëm b dhe e.
4. **Pse «kartelat e bukura» nuk përcakton një bashkësi?**
   Sepse për një kartelë të dhënë nuk mund të vendoset pa paqartësi nëse e plotëson kriterin; vendimi ndryshon nga personi në person.
5. **Dy bashkësi kanë nga 4 elemente. A janë të barabarta?**
   Jo domosdoshmërisht. Janë të barasfuqishme; të barabarta janë vetëm nëse kanë të njëjtat elemente.
6. **Si e tregon nxënësi, pa numëruar, se dy grupe kanë po aq objekte?**
   I çifton objektet një për një. Nëse nuk mbetet asnjë objekt pa çift, grupet janë të barasfuqishme.
7. **Nxënësi thotë: «Katrori nuk është kundërshembull për pohimin ‹Çdo trekëndësh ka tre brinjë›». A ka të drejtë?**
   Po. Pohimi flet vetëm për trekëndëshat; katrori nuk e plotëson kushtin e pohimit, prandaj nuk mund ta rrëzojë.
8. **Nxënësi shkruan b ⊆ T. Formuloni dy hipoteza dhe një pyetje që i dallon.**
   (1) Nuk e dallon elementin nga bashkësia. (2) E di dallimin, por ngatërron simbolet. Pyetje: «Shkruaje me fjalë çfarë do të thuash dhe pastaj zgjidh simbolin».

© 2026 Prof. As. Dr. Siditë Duraj · Metodika e Matematikës 3 · Përmbledhja e Leksionit 1